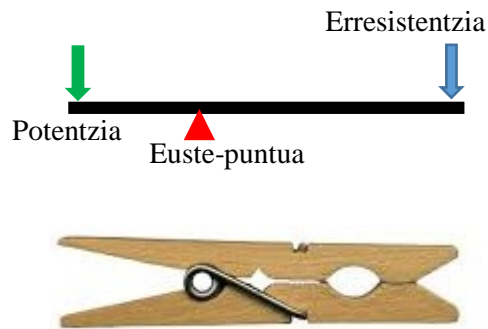


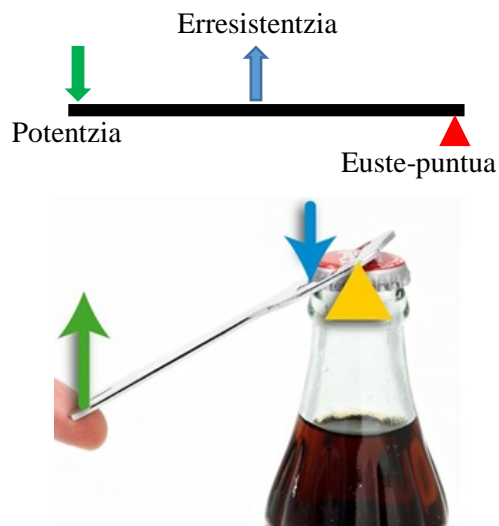
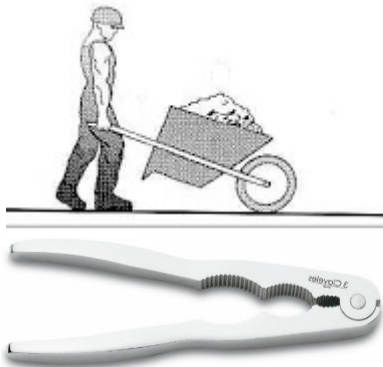
PALANKA, EDO INDAR BATEN MOMENTUA PUNTU JAKIN BATEKIKO

Badakizue “palanka” egitea zer den, ezta? Bada, indarra egiteko modu bat, baina palanka baten bitartez. Lehenik, palanka baten mutur batean indarra aplikatzen diogu, bigarrenik, palanka hori nonbait eutsita edo bermatuta mantendu behar dugu, eta hirugarrenik, palankaren beste muturrean palankak indarra egiten du. Egia esan, palanka egiteko **modu asko** daude, eta sailkapen bat egiten da modu horiekin guztiekin:

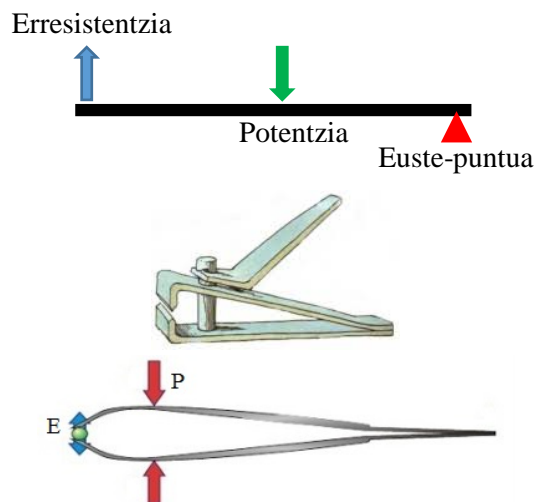
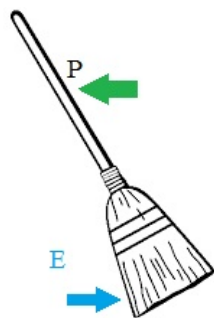
Lehen motako palanka: euste-puntua erdian daukatenak: balantza, aliketa, pintzak...



Bigarren motako palanka: euste-puntua ertz batean, eta erresistentzia, tartean: Kraskagailua, botilak-irekitzekoa, karretila...



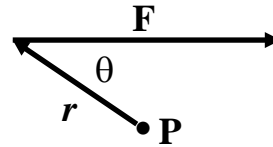
Hirugarren motako palanka: euste-puntua ertz batean eta erresistentzia beste ertzean: erratza, azkazalak moztekoa, pintzak...



Ikusten denez, aplikazio ugari dago palankak erabiltza, baina kasu horietan guztietan, kalkulatuak egin ahal izateko, garrantzi handiko definizio bat egin behar dugu: indar batek daukan ahalmena errotazioak sortzeko: **indar baten momentua, P puntu jakin batekiko.**

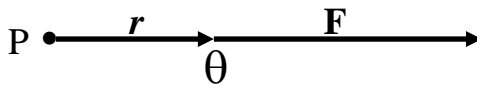
Honela definitzen da F indarrak eragiten duen M momentua, P puntu jakin batekiko:

$$M = r \cdot F \cdot \sin \theta$$

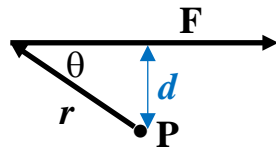


M -ren definizio horretan agertzen dira, F , indarra bera, r , distantzia, indarra aplikatzen den puntutik P euste punturaino dagoena, eta azkenik angelua, edo hobe esanda, sinua, $\sin \theta$, non θ den distantziaren eta indarraren norabideen arteko **angelua**:

ahalmen handiagoa du errotazioak sortzeko indar batek, r -rekiko perpendikularki aplikatzen denean. Izan ere, $\theta=180^\circ$ bada edo $\theta=0^\circ$, **nulua** ateratzen da ($\sin \theta = 0$), beraz, $M=0$, alegia, indar horrek ez du errotaziorik sortzeko ahalmenik, irudiak erakusten duen bezala: ate bat ireki nahi badugu, baina atearen beraren norabidean: horrela ez da atea irekiko.



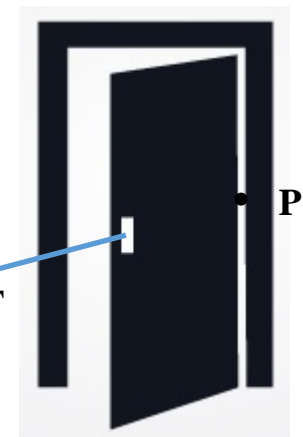
Kasu horretan, nulua da momentua, eta berdin dio zein r erabiltzen dugun...



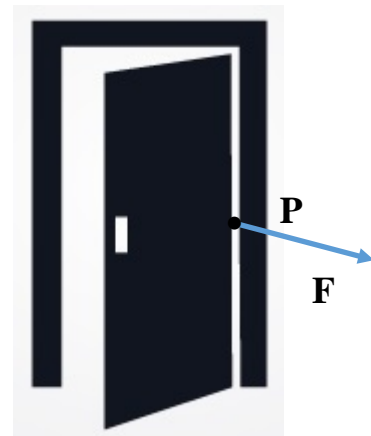
Distantziarekiko menpekotasuna (r) ere oso naturala eta agerikoa da, zeren esate baterako, $r=0$ bada, hau da, indarra euste puntuan bertan aplikatzen denean, $M=0$ (ate bat ireki nahi dugunean baina bisagretatik bertatik bultzatuz, ez da irekitzen), indar horrek ez du errotaziorik sortzeko ahalmenik, nahi bezain indartsua izan arren, ez du errotaziorik sortzen



Momentua nulua da, eta, kasu horretan, berdin dio zein angelurekin bultzatzen dugun...



Izan ere, $r \cdot \sin \theta$ erabili beharrean projekzio bat erabili dezakegu, d , ondoko irudian erakusten den bezala: $d = r \cdot \sin \theta$ eta $M = F \cdot d$



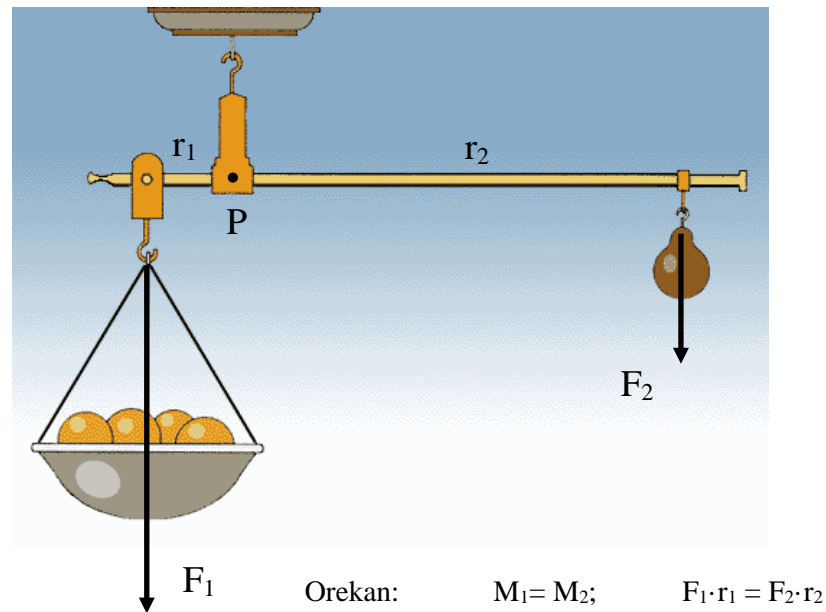
Horixe da M , indar baten momentua puntu jakin batekiko (oso izen luzea, baina hori da bere izen osoa) eta adierazten du indar batek daukan ahalmena errotazioa sortzeko puntu horren inguruan. Magnitude hori asko erabiltzen da fisikan, ingeniaritzan, arkitekturan, eta abar. Oso erabakigarria izaten da orekako egoeretan (eraikinak, zubiak, pabiloiak...) zein errotaziozko dinamikan (motoreetan, sorgailu birakorretan, eta abar...). Bere unitateak $N \cdot m$ izaten dira (Newton bider metro), edo indarra·distantzia duen beste edozein konbinazio.

Esate baterako, balantza baten bi besoak ezberdinak badira, momentuak kalkulatu behar dira norantz biratuko ote duen jakiteko (ondorengo irudian, euste-puntuari P izena eman diogu, eta distantzien eta indarren arteko angeluak 90° -koak dira, eta $\sin 90^\circ=1$).

Beraz, irudiko indarren momentuak kalkulatu

$$M_1 = F_1 \cdot r_1 \cdot 1 \quad \text{eta} \quad M_2 = F_2 \cdot r_2 \cdot 1$$

Bi momentuetatik, handienak izango du errotaziorako ahalmen handiagoa, eta horrek irabaziko du errotazioaren lehia. Baina orekan baldin badago balantza, orduan, berdina izan beharko dira bi momentuak.



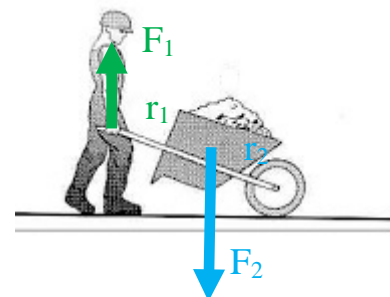
Esate baterako, r_2 baldin bada r_1 baino “bost” aldiz luzeagoa, orduan F_1 izango da F_2 baino bost aldiz astunagoa orekan dagoenean. Balantza horrek bezalaxe, lehen motako palanka guztiek erdian daukate euste puntua, eta beraz, erlazio berdina betetzen dute: $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$

Horra hor zein den aliketaren, pintzen edota lehen mailako palanka guztien abantaila: distantzia handiagoa erabiltzen badugu potentziarako, eta distantzia txikia erresistentziarako, orduan, indar txikiagoa egin beharko da potentziaren aldean, eta indar handiagoa egingo du palankak beste muturrean.

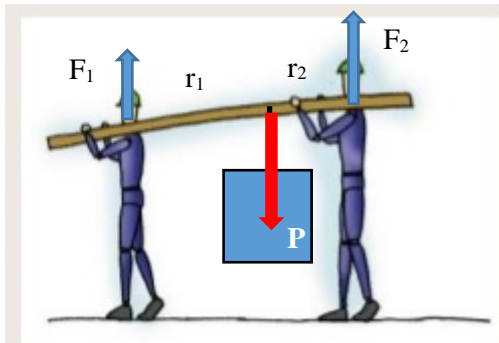
Bigarren motako palankek ere distantzia luzeagoa dute potentziarako eta laburragoa erresistentziarako, euste puntutik neurtuta, beraz erlazio bera ateraten da:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Distantzia luzetik indar txikia egin behar da (F_1) eta, aldiz, erresistentzia handia jaso dezakegu (F_2).



Demagun beste adibide bat: zama bat eramaten ari direla irudiko bi morroiok. Zama hori ez badago zehazki erdi-erdian, nork eramango du zamaren parte handiena?



Bada palankaren oreka planteatzen badugu, eta zamaren posizioan hartzen badugu euste-puntua, orduan:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Hor, berriz ere ikusten da distantzia laburrena duenak indar handiagoa egingo duela. Adibidez, ezkerrekoaren distantzia (r_1) eskuinekoaren distantziaren *bikoitza* baldin bada (irudian bezala, esate baterako $r_1=2 \cdot r_2$), orduan eskuinekoaren

indarra, ezkerrekoaren indarraren *bikoitza* izango da: $F_2 = 2 \cdot F_1$

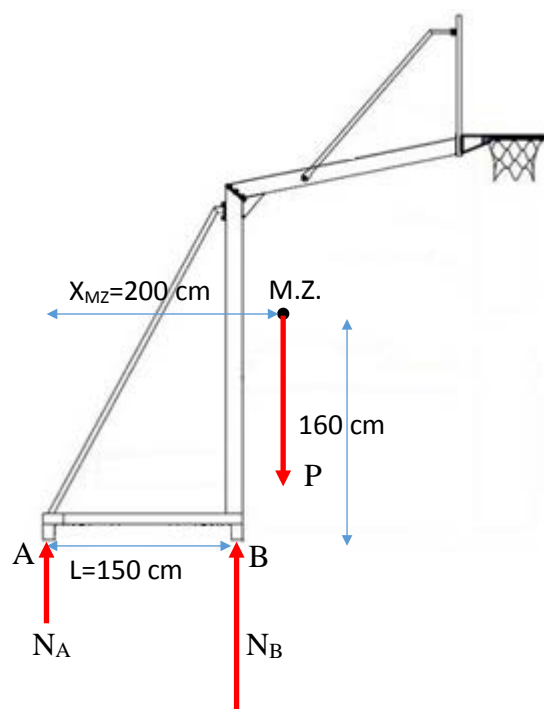
Ariketa bera beste modu batean ere planteatu daiteke: euste puntutzat zamaren posizioa hartu beharrean, ezkerreko puntua hartzen badugu (1 morroiaren sorbalda), kasu horretan:

$$P \cdot r_1 = F_2 \cdot (r_1 + r_2) \quad \text{Eta hortik bakanduta:} \quad F_2 = \frac{P \cdot r_1}{r_1 + r_2}$$

$$\text{Edota euste puntutzat eskuinekoa hartzen bada:} \quad P \cdot r_2 = F_1 \cdot (r_1 + r_2) \rightarrow F_1 = \frac{P \cdot r_2}{r_1 + r_2}$$

Esate baterako, zamak $P=100 \text{ kg}$ baditu, orduan $F_1=33.3 \text{ kg}$ ateratzen da eta $F_2=66.6 \text{ kg}$.

Eta bukatzeko, baina momentuaren ildotik, kalkuluak egin ditzakegu, saskibaloiko kanasta bati eusteko.



Demagun saskibaloiko kanasta batek 120 kg dituela orotara, baina bere masa zentroa (M.Z.) lurretik 160 cm -ra dagoela, eta ezkerreko ertzetik 200 cm -ra, irudiak erakusten duen bezala.

Kalkula ditzagun zein diren zoruak egindako indarrak (goranzko erantzunak) A eta B puntuetan, irudian adierazten den bezala.

Momentuak hartuta A puntuarekiko, eta kanasta orekan dagoela suposatuz:

$$P \cdot X_{MZ} - N_B \cdot L = 0 \Rightarrow N_B = \frac{P \cdot X_{MZ}}{L}$$

$$N_B = \frac{120 \cdot 200}{150} = 160 \text{ kg}$$

Kalkulu horren arabera, B euskarriak 160 kg -ko indarra egiten du, kanasta osoaren pisua baino gehiago!

Momentuak hartuta baina B puntuarekiko:

$$N_A \cdot L + P \cdot (L - X_{CM}) = 0$$

$$N_A = -\frac{P \cdot (L - X_{MZ})}{L} = -\frac{120 \cdot (2 - 1,5)}{1,5} = -40 \text{ kg}$$

Negatiboa ateratzen da!! (-40 kg !!). Horrek esan nahi du, kanasta hori orekan egoteko, A euskarriak ez duela goranzko euste-indarririk egin behar, baizik eta beheranzkoa!!! Ba beheranzko euste-indarra egin ahal izateko, nolabait lotuta egon behar du. Beraz, irauli egingo da kanasta hori aurreraka, ez baldin badiogu A puntuaren gainean 40 kg -ko pisu minimo bat jartzen.

Kanastaren kasua bezalaxe, beste kasu konplikatukoak ere horrelaxe kalkulatu dira, **indarrek puntu jakin batzuekiko eragindako momentuak** erabiliz, edota *indarrek errota zioa sortzeko daukaten ahalmena*.